BAN NĂNG KHIẾU TRƯỜNG THI
NGUYỄN ĐỨC ĐỒNG - TRẦN HUYÊN - NGUYỄN VĂN VĨNH

PHƯƠNG PHÁP TRẮC NGHIỆM
KHẢO SÁT HÀM SỐ 12

- BỒI DƯỠNG HỌC SINH KHÁ, GIỎI
- ÔN THI TÚ TÀI VÀ CÁC KÌ THI QUỐC GIA

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

BAN GV NĂNG KHIẾU TRƯỜNG THI
NGUYỄN ĐỨC ĐỒNG - TRẦN HUYÊN - NGUYỄN VĂN VĨNH

PHƯƠNG PHÁP TRẮC NGHIỆM
KHẢO SÁT HÀM SỐ

◆ Bồi dưỡng học sinh khá giỏi 12
Luyện thi tú tài và các kì thi Quốc gia

❖GIẢN LƯỢC GIÁO KHOA CHUẨN BỊ KIẾN THỨC TỐI THIỂU
❖HƯỚNG DẪN TRẢ LỜI 250 CÂU TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN
❖9 PHƯƠNG PHÁP CHUYÊN ĐỀ GIẢI TOÁN TỰ LUẬN

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LỜI NÓI ĐẦU

Phương pháp trắc nghiệm khách quan (**trắc nghiệm**) để thẩm định kết quả học trong giáo dục nói riêng đã được hầu hết các nước có nền khoa học và kỹ thuật tiên t trên hành tinh chúng ta áp dụng đại trà từ thập niên 60 đến gần cuối thế kỷ XX, kh kể từ khi ở Pháp : Ban Stanford Binet ra đời (kỷ niệm tên nhà khoa học tâm lý Alf Binet). Ở Anh vào năm 1916 Lewis Terman đã soạn một loạt bài trắc nghiệm từ l Stanford Binet tiếng Anh do chính ông dịch thuật.

Kết cấu các dạng câu hỏi trắc nghiệm (**OBJECTIVE TEST**) gồm 5 loại : **Câu gh đôi** (**MATCHING ITEMS** ký hiệu là **M.I**), **Câu điền khuyết** (**SUPPLY ITEMS** ký h là **S.I**), **Câu trả lời ngắn** (**SHORT ANSWER** ký hiệu là **S.A**), **Câu đúng sai** (**YES QUESTIONS** ký hiệu **Y-N.Q**), **Câu nhiều lựa chọn** (**MULTIPLE CHOI QUESTIONS** – ký hiệu là **M.C.Q**). **Trong đó câu nhiều lựa chọn M.C.Q là được dụng nhiều hơn cả** : nó đòi hỏi thí sinh phải nhận định nhanh và chính xác, để tự m đánh dấu vào 1 trong 4 hoặc 5 phương án trả lời mà thực trị của phương án đã chọn luôn đúng hoặc đúng nhất (tốt nhất). Câu **M.C.Q** có tính phổ dụng hơn hết trong các thi cấp quốc gia bởi vì : bản thân câu **Y-N.Q** là trường hợp riêng của câu **M.C.Q** về phương án trả lời và riêng nó thể hiện sự kiến thiết cấu trúc cao trong môn Toán và môn Tự nhiên khác so với các kiểu câu **MI; SI; SA**.

Trong khi soạn các câu trắc nghiệm, người ta thường làm cho các **phương án nhi tỏ ra có lý và hấp dẫn như hoặc hơn các phương án đúng. Các câu hỏi ngắ dài, khó – dễ sẽ bù trừ nhau xuyên suốt chương trình bằng khối lượng lớn c hỏi trong một đề thi,** nếu một học sinh nắm vững lý thuyết và đã rèn luyện qua các tập tự luận xuyên suốt, thì việc chọn câu trả lời đúng nhất (tốt nhất) luôn luôn dễ dà Vì các lẽ đó, sách được chia 2 phần riêng biệt cho quyển khảo sát hàm số theo 9 chu đề, trong mỗi chuyên đề được phân nhỏ ra các hạng mục :

- **Giản lược kiến thức tối thiểu.**
- **Giải bài tập và toán thi luôn có phương pháp kèm theo.**
- **Các câu hỏi trắc nghiệm mẫu.**
- **Chìa khóa trắc nghiệm.**
- **Hướng dẫn giải và trả lời các câu trắc nghiệm.**

Phương pháp trắc nghiệm muốn đạt được hiệu quả tốt chỉ khi phương pháp giải t tự luận đã phải được rèn luyện nhuần nhuyễn trong quá trình học và ôn tập. **Nghĩa phương pháp trắc nghiệm luôn đáp ứng một lề lối thi cử tiên tiến khách qu mà phương pháp tự luận đã vô hình chung trở thành phương pháp tiền t nghiệm,** lúc đó việc học và thi luôn luôn đạt kết quả cao hơn.

Càng sử dụng phương pháp trắc nghiệm thì người học càng phải chuẩn bị kiến thức thuyết rộng và chính xác, kỹ năng giải bài tập càng phải nhanh lẹ hơn để đáp ứng khối lượng lớn của số câu hỏi đề ra. Ngoài ra tính quan sát nhạy bén ngôn ngữ luôn đ hoạt động sinh động để lựa chọn các phương án trả lời chính xác và kịp thời. Th thoảng việc nhận xét câu trắc nghiệm bằng trực quan sinh động và sử dụng phép thử ra là tiện lợi hơn phép giải kinh điển khi chọn phương án đúng nhất (tốt nhất) để tra câu hỏi trắc nghiệm.

Chúng tôi xin biết ơn quý tác giả và đồng nghiệp có sách, báo và các đề thi đã trong và ngoài nước ... mà chúng tôi đã tham khảo trong suốt quá trình soạn sách.

Xin đón nhận mọi ý kiến đóng góp cho bộ sách trong lần xuất bản đầu tiên này để xuất bản liền sau bộ sách sẽ hoàn chỉnh hơn.

*Chủ biên : **NGUYỄN ĐỨC ĐỒNG***

BẢNG KÊ CÁC KÝ HIỆU VÀ CHỮ VIẾT TẮT TRONG SÁCH

CÁC KÝ HIỆU TOÁN HỌC	TỪ VIẾT TẮT
$\overset{(i)}{\Leftrightarrow}$: (i) tương đương $\overset{(i)}{\Rightarrow}$: (i) kéo theo $\not\Leftrightarrow$: không tương đương $\not\Rightarrow$: không kéo theo $\equiv$: đồng nhất $\not\equiv$: không đồng nhất T : chu kỳ của hàm f D, D_f : tập xác định của hàm f f(D) : tập giá trị của hàm f $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; ...\}$: tập các số tự nhiên $\mathbb{Z} = \{...; -2; -1; 0; 1; 2; ...\}$: tập các số nguyên $\mathbb{Z}^+ = \{1; 2; 3; ...\} = \mathbb{N}^*$: tập các số nguyên dương $\mathbb{Q}$: tập các số hữu tỷ $\overline{\mathbb{Q}}$: tập các số vô tỷ $\mathbb{R}$: tập các số thực $\mathbb{R}^*$: tập các số thực khác không $\mathcal{P}$: tập các số nguyên tố. a $\vdots$ b : a chia hết cho b a $\not\vdots$ b : a không chia hết cho b $\varnothing$: tập rỗng	• a ≡ b (mod m) ⇔ (a − b) $\vdots$ m • **DN** : định nghĩa • **DL** : định lý • **HQ** : hệ quả • **CMR** : chứng minh rằng • **B_i** : bước i • **TH_i** : trường hợp i • **VT** : vế trái • **VP** : vế phải • **BĐT** : bất đẳng thức • **ycbt** : yêu cầu bài toán • **đpcm** : điều phải chứng minh • **gt** : giả thiết • **KL** : kết luận • **~ (A)** : phủ định mệnh đề A • **T** : chu kỳ hàm hoàn toàn • **US** : ước số • **BS** : bội số • **KSHS** : khảo sát hàm số

Chuyên đề 1

ĐIỂM CỐ ĐỊNH CỦA HỌ (C_m) VÀ ỨNG DỤNG CỦA NÓ TRONG KHẢO SÁT HÀM SỐ

A. GIẢN LƯỢC KIẾN THỨC TỐI THIỂU

Giả sử đã cho hàm số thực có công thức : $y = f_m(x)$, với m là tham số trước. Lúc đó ứng với mỗi giá trị của m ta được tương ứng một hàm số thể. Vậy khi m thay đổi ta sẽ được một họ các đồ thị (C_m) : $y = f_m(x)$ hay đường cong (C_m).

Khi xét họ đường cong (C_m) : $y = f_m(x)$ (m là tham số) thường người ta nó dưới hai quan điểm (QĐ).

QĐ$_1$: Lấy dạng của đối số x (biến số) làm chuẩn trong biểu thức h $f_m(x)$ hay $f(x)$: ta có bài toán đồ thị (hàm bậc hai, hàm bậc ba, hàm bậc b hàm hữu tỷ, hàm vô tỷ, hàm lượng giác, hàm lượng giác ngược, hàm hàm loga;...

QĐ$_2$: Lấy dạng của tham số m làm chuẩn trong biểu thức hàm $F_x(m)$ $F(m)$ (nghĩa là ta đã tráo đổi vai trò của x cho m) : ta có bài toán (điển định, bao hình của họ đường cong...).

Cả hai quan điểm bổ sung cho nhau, xây dựng nền tảng đẹp đẽ cho K sát Hàm số. Ở đây ta xây dựng bài toán **Điểm cố định** và ứng dụng t quan điểm thứ nhì : Lấy dạng của tham số chuẩn trong suốt quá trình luận :

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm trong mặt phẳng Oxy mà họ đường cong (C_m) : y = f đi qua nó, ta có :

$$y_0 = f_m(x_0)$$

Khi xem (1) là phương trình với ẩn số là m, hay

$$\overset{(1)}{\Leftrightarrow} \quad F_x(m) = 0$$

Đến đây ta có ba trường hợp tuỳ theo số nghiệm của (2) :

- **TH$_1$:** Phương trình (2) nghiệm đúng $\forall m$ khi và chỉ khi mọi đư cong (C_m) đều đi qua M. Lúc đó, ta nói $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định của đường cong (C_m); $\forall m$

- **TH$_2$:** Phương trình (2) vô nghiệm khi và chỉ khi không có đường c (C_m) nào đi qua M.

- **TH$_3$:** Phương trình (2) có n nghiệm phân biệt khi và chỉ khi có n đư cong (C_m) qua M.

Ghi chú : *Khi (C_m) là họ đường thẳng thì các khái niệm trên không t đổi.*

...ại 1 : TÌM ĐIỂM CỐ ĐỊNH MÀ HỌ (C_m) LUÔN ĐI QUA VỚI MỌI m

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

PHƯƠNG PHÁP 1 (SỬ DỤNG PHƯƠNG TRÌNH VÔ ĐỊNH)

Cơ sở của phương pháp là dựa vào dạng của tham số m, để đưa (2) về một khả năng sau tạm gọi là (3); đồng thời áp đặt (3) vô số nghiệm, qua hai ...ớc :

B_1 : Biến đổi (2) như sau với :

- Tham số m bậc nhất

$$\overset{(2)}{\Leftrightarrow} \quad F_x(m) = A \quad B = 0 \ \forall m \qquad (3); \quad (3) \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases} \quad (I)$$

- Tham số m bậc hai

$$\overset{(2)}{\Leftrightarrow} \quad F_x(m) = Am^2 + Bm + C = 0 \ \forall m \quad (3); \quad (3) \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases} \quad (I)$$

- Tương tự cho các tham số bậc cao hơn hai.
- ...

B_2 : Giải các phương trình (I); ta tìm được các (x_0; y_0) tương ứng và lúc đó : (x_0; y_0) là các điểm cố định trong ycbt.

Ghi chú : *Tương tự khi họ đường cong có nhiều tham số.*

PHƯƠNG PHÁP 2 (SỬ DỤNG ĐẠO HÀM THAM SỐ)

Cơ sở của phương pháp tìm điểm cố định (x_0; y_0) của (C_m) : $y = f_m(x)$ gồm ...i bước cơ bản :

B_1 : Gọi M(x_0; y_0) là điểm cố định mà (C_m) qua.

Ta có : $y_0 = f_m(x_0) \Leftrightarrow F_x(m) = 0 \Rightarrow \dfrac{dF_x(m)}{dm}$ (đạo hàm theo biến m).

B_2 : Giải hệ phương trình sau với x_0, y_0 là ẩn số.

$$\begin{cases} \dfrac{dF_x(m)}{dm} = 0 \ \forall m \\ y_0 = f_m(x_0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = a \\ y_0 = b \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Các M(a; b) là các điểm cố định trong ycbt.

BÀI TẬP VÀ TOÁN THI TỰ LUẬN

...ài 1

Tìm điểm cố định mà họ đường thẳng sau đi qua; $\forall m$:

$$(d_m) : y = \left(\frac{m+1}{m^2+m+1}\right)x + \frac{m^2}{m^2+m+1}.$$

Giải

Gọi (x_0; y_0) là điểm cố định mà họ (d_m) qua $\forall m$, ta có :

$$y_0 = \left(\frac{m+1}{m^2+m+1}\right)x_0 + \frac{m^2}{m^2+m+1} \quad \forall m$$

$$\Leftrightarrow \quad F(m) = (y_0 - 1)m^2 + (y_0 - x_0)m + y_0 - x_0 = 0 \quad \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_0 - 1 = 0 \\ y_0 - x_0 = 0 \\ y_0 - x_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = y_0 \\ y_0 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 1 \end{cases}$$

Vậy (d_m) luôn qua điểm M(1; 1) $\forall m$ (ycbt).

Bài 2

Chứng minh đồ thị (C_m) : $y = (1 - 2m)x^2 - 3(m + 1)x + 5m - 2$ (1) luôn đi qua hai điểm cố định với mọi m.

Giải

- **PP₁** : Gọi $A(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (C_m) đi qua $\forall m$ thì (1) cho :

$$y_0 = (1 - 2m)x_0^2 - 3(m + 1)x_0 + 5m - 2 \quad \forall m$$

$$\Leftrightarrow F(m) = (2x_0^2 + 3x_0 - 5)m + y_0 - x_0^2 + 3x_0 + 2 = 0 \quad \forall m \qquad (2)$$

Phương trình (2) có nghiệm $\forall m \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 - x_0^2 + 3x_0 + 2 = 0 & (3) \\ 2x_0^2 + 3x_0 - 5 = 0 & (4) \end{cases}$

$$(4) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 1 \quad \text{từ (3)} \Rightarrow y_0 = -4 \\ x_0 = -\dfrac{5}{2} \quad \text{từ (3)} \Rightarrow y_0 = \dfrac{47}{4} \end{array}\right.$$

Vậy : $\forall m$ thì (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định : $A_1(1; -4)$, $A_2\left(-\frac{5}{2}; \frac{47}{4}\right)$.

- **PP₂** : Tọa độ điểm cố định $A(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases} \dfrac{df(x_0;m)}{dm} = 0 \\ y_0 = f(x_0;m) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0^2 + 3x_0 - 5 = 0 \\ y_0 = (1 - 2m)x_0^2 - 3(m + 1)x_0 + 5m - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = -4 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x_0 = -\dfrac{5}{2} \\ y_0 = \dfrac{47}{4} \end{cases}$$

Vậy : $A_1(1; -4)$ và $A_2\left(-\frac{5}{2}; \frac{47}{4}\right)$ là hai điểm cố định của mà họ (C_m) luôn đi qua $\forall m$.

Bài 3

Cho hàm số : $y = \dfrac{-x^2 + x - m}{2x + m}$ (1). Chứng minh rằng họ đồ thị của hàm số trên luôn đi qua hai điểm cố định với mọi $m \neq 0$ và $m \neq -6$.

Giải

- **PP₁** : $y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{m}{4} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{m^2 + 6m}{4(2x + m)}$ (1)

$\left(\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -6 \end{array}\right.\right.$ hàm suy biến là dạng đường thẳng $\Big)$.

Vậy : $\forall m \neq 0$ và $m \neq -6$ thì (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định $A_1(0; -1)$ và $A_2(3; -1)$.

- **PP_2 :** Ta có : $(y_0 + 1)m + 2x_0y_0 + x_0^2 - x_0 = 0$

$$\text{Nên : } \begin{cases} \dfrac{df(x_0; m)}{dm} = 0 \\ y_0 = f(x_0; m) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 + 1 = 0 \\ 2x_0y_0 + x_0^2 - x_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -1 \\ x_0 = 0 \vee x_0 = 3 \end{cases}$$

Vậy : $(0; -1)$ và $(3; -1)$ là hai điểm cố định của (C_m) $\forall m \neq 0; -6$.

Bài 4

Tìm những điểm cố định $M(x_0; y_0)$ mà (D_α) qua :

$$(D_\alpha) : x\cos\alpha + y\sin\alpha - 3\cos\alpha + \sin\alpha - 1 = 0.$$

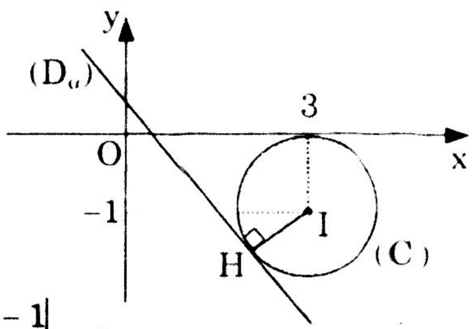
Giải

$M(x_0; y_0) \in (D_\alpha) : x_0\cos\alpha + y_0\sin\alpha - 3\cos\alpha + \sin\alpha - 1 = 0$

$\Leftrightarrow F(\alpha) = (x_0 - 3)\cos\alpha + (y_0 + 1)\sin\alpha = 1 \quad (1)$

Phương trình (1) có nghiệm $\forall\alpha$

$\Leftrightarrow (x_0 - 3)^2 + (y_0 + 1)^2 \geq 1$



Hay những điểm M ở trên (C) và ngoài (C) thì (D_α) đi qua. Với (C) là đường tròn tâm $I(3; -1)$ bán kính $R = 1$.

$$\text{Để ý : } d[I; (D)] = IH = \frac{|(3-3)\cos\alpha + (-1+1)y_0 - 1|}{\sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}} = 1$$

$$\Rightarrow \quad IH = R$$

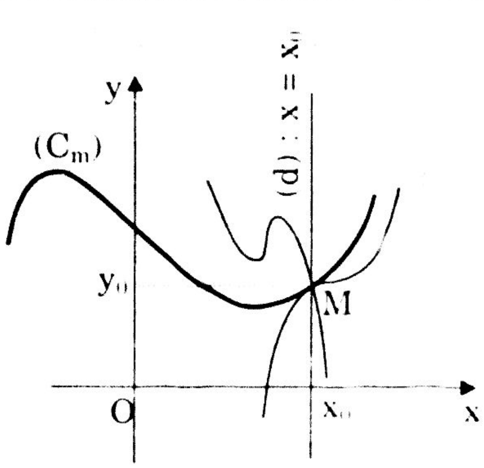
Vậy : (D_α) tiếp xúc (C); $\forall\alpha$.

Loại 2 : TẬP HỢP ĐIỂM MÀ KHÔNG CÓ (C_m) NÀO ĐI QUA NÓ CẢ

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Cơ sở của phương pháp là sử dụng mệnh đề phủ định cho mệnh đề (C_m) qua $M(x_0; y_0)$ cố định. Nghĩa là khi (C_m) đã qua $M(x_0; y_0)$; $\forall m$. Thì không có (C_m) nào đi qua tất cả những điểm là phần bù của M trên đường thẳng $(d) : x = x_0$.

Cách khác ta nói tập hợp những điểm mà không có (C_m) nào đi qua nó là một phần đường thẳng (d) : $\begin{cases} x = x_0 \\ y \neq y_0 \end{cases}$



Thể hiện cụ thể bằng phép toán, ta làm ba bước cơ bản :

B_1 : Gọi $M(x_0 ; y_0)$ là điểm mà $(C_m) : y = f_m(x)$ đi qua ta được :

$$y_0 = f_m(x_0) \Leftrightarrow F(m) = 0$$

B_2 : Áp đặt (*) vô nghiệm, tùy thuộc dạng tham số m như sau :

- $F(m) = Am + B = 0$ (vô nghiệm) $\Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B \neq 0 \end{cases}$ (I)

- $F(m) = Am^2 + Bm + C = 0$ (vô nghiệm)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C \neq 0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} A \neq 0 \\ B^2 - 4AC < 0 \end{cases} \quad (I)$$

- $F_x(m) = A\cos m + B\sin m - C = 0$ (vô nghiệm) $\Leftrightarrow A^2 + B^2 < C^2$ (I)

B_3 : Giải hệ (I), ta có tập hợp cần tìm trong ycbt.

Ghi chú :

❒ $F_x(m) = Am^3 + Bm^2 + Cm + D = 0$ *(vô nghiệm)*

$$\begin{cases} A = 0 \\ B \neq 0 \\ C^2 - 4BD < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \\ D \neq 0 \end{cases}$$ *(Vì phương trình bậc ba luôn có ít nhất một nghiệm).*

❒ *Trong các tiệm cận có thể có được của (C) : $y = f(x)$ chỉ có tiệm cận ngang là có giao điểm với (C). Do đó đối với hàm hữu tỷ dạng $y = \dfrac{u_m(x)}{v_m(x)}$ thì :*

- *Tiệm cận cố định không nằm ngang của (C_m) luôn là tập hợp các điểm mà (C_m) không thể đi qua; $\forall m$.*

- *Việc tìm thêm các điểm cố định mà (C_m) không thể đi qua $\forall m$; được quy về áp đặt phương trình sau vô nghiệm :*

$$y.v_m(x) - u_m(x) = 0 \Leftrightarrow G(x) = 0 \text{ vô nghiệm.}$$

❒ *Đặc biệt khi (C) : $y = \dfrac{Ax^2 + Bx + C}{bx + c}$; ta đưa về dạng :*

$$(C) : y = \alpha x + \beta + \frac{\gamma}{bx + c} \quad \begin{cases} \gamma \neq 0 \\ \alpha, \beta, b, c \text{ hằng số} \end{cases}$$

$\Rightarrow y = \alpha x + \beta;\ x = -\dfrac{c}{b}$ *là tập hợp những điểm mà mọi (C_m) không thể đi qua.*

C. BÀI TẬP VÀ TOÁN THI TỰ LUẬN

Bài 1

> Tìm tập hợp những điểm trong mặt phẳng (Oxy) mà họ đường cong (P_m) : $y = f(x) = mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 1$, không thể đi qua với mọi giá trị của tham số $m \neq 0$.

Giải

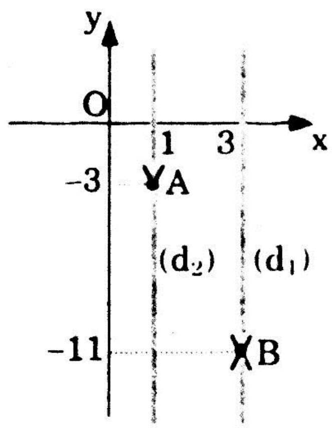
• **Cách 1 :** (PHƯƠNG PHÁP PHẦN BÙ CỦA CÁC ĐIỂM CỐ ĐỊNH)

Gọi $(x_0; y_0)$ là điểm mà (P_m) đi qua $\forall m \neq 0$. Ta có :

(C_m) cho : $F(m) = (x_0^2 - 4x_0 + 3)m - 4x_0 + 1 - y_0 = 0 \ \forall m \neq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0 \\ -4x_0 + 1 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \vee x_0 = 3 \\ y_0 = 1 - 4x_0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = -3 \end{cases} \vee \begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = -11 \end{cases}$$



Do đó : (1; −3) và (3; −11) là hai điểm cố định mà (P_m) đi qua; $\forall m \neq 0$.

Vậy : hai phần đường thẳng sau là tập hợp các điểm cố định mà (P_m) không đi qua; $\forall m \neq 0$.

$$(d_1) : \begin{cases} x = 3 \\ y \neq -11 \end{cases}; \quad (d_2) : \begin{cases} x = 1 \\ y \neq -3 \end{cases} \text{ (xem hình bên).}$$

• **Cách 2 :** (ÁP ĐẶT PHƯƠNG TRÌNH ĐẶC TRƯNG CHO ĐIỂM CỐ ĐỊNH LUÔN LUÔN VÔ NGHIỆM)

Tương tự : $F(m) = (x_0^2 - 4x_0 + 3)m - 4x_0 + 1 - y_0 = 0$ $(m \neq 0)$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0 \\ -4x_0 + 1 - y_0 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 \neq -3 \end{cases} \vee \begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 \neq -11 \end{cases}$$

Ta cũng có kết luận như trên.

Bài 2

> Tìm tập hợp các điểm mà họ đồ thị (C_m) của hàm số :
> $$y = \frac{(m-1)x^2 - 2x - 4m}{x - 1} \text{ không thể đi qua } \forall m.$$

Giải

Ta viết (C_m), như sau :

	$m - 1$	-2	$4m$
1	$m - 1$	$m - 3$	$-3m - 3$

$$y = (m-1)x + m - 3 - \frac{3(m+1)}{x-1}.$$

• Khi $m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Lúc đó đồ thị (C_m) là đường cong có $x = 1$ là tiệm cận đứng (cố định) và $y = (m-1)x + m - 3$ là tiệm cận xiên (lưu động).